# Sistemi dinamici

## Prof. Alessandro Musesti

***OBIETTIVO DEL CORSO E RISULTATI DI APPRENDIMENTO ATTESI***

Il corso vuole introdurre lo studente all’analisi qualitativa dei sistemi dinamici continui e discreti e fornire conoscenze su alcuni modelli matematici, basati su sistemi di equazioni differenziali ordinarie o su mappe iterate, di fenomeni tratti dalla meccanica, dalla biologia e dall’economia. Al termine del corso lo studente conoscerà i concetti di equilibrio e di stabilità e sarà in grado di affrontare lo studio qualitativo di modelli matematici basati su equazioni differenziali ordinarie o su mappe iterate. Conoscerà anche le principali tecniche di modellazione di fenomeni biologici ed economici e le principali caratteristiche dei modelli caotici.

***PROGRAMMA DEL CORSO***

L’esponenziale di matrice e sue proprietà. Equazioni differenziali ordinarie. Proprietà delle soluzioni. Soluzioni di equilibrio e stabilità. Stabilità dei sistemi lineari. Analisi del caso bidimensionale. Metodo delle isocline. Stabilità mediante linearizzazione. Funzione di Ljapunov. Instabilità dell’equilibrio. Teorema di Cetaev.

Alcuni esempi di modelli di dinamica della popolazione: modello di Malthus, modello logistico, modello di Lotka-Volterra. Commensalismo, mutualismo, competizione. Modelli epidemiologici: modello SIS e modello SIR. Modelli economici a domanda e offerta. Modelli di crescita economica.

Semigruppi e processi. Attrattori. Cicli limite. Teorema di Poincaré-Bendixon. Fenomeni di biforcazione dell’equilibrio e del moto. Sistema di Lorenz. Caos deterministico.

Mappe iterate. Raggio spettrale. Criteri di stabilità dell’equilibrio per mappe discrete. Orbite periodiche. Teorema di Sharkovsky. Mappe unidimensionali. Mappa logistica. Mappa a tenda.

***BIBLIOGRAFIA***

L. Perko, *Differential Equations and Dynamical Systems,* Springer.

G. Gaeta, *Modelli Matematici in Biologia*, Springer.

Verranno anche fornite alcune dispense a cura del docente.

***DIDATTICA DEL CORSO***

Lezioni in aula, anche con l’aiuto di proiezioni di simulazioni di modelli fatte al calcolatore.

***METODO E CRITERI DI VALUTAZIONE***

L’esame è composto da una prova scritta e una prova orale. La prova scritta, della durata di 60 minuti, consiste in 4 o 5 esercizi ed è finalizzata a valutare le competenze acquisite nello studio dei sistemi dinamici, con particolare riguardo al problema qualitativo della stabilità delle posizioni di equilibrio. La prova orale verterà su argomenti di teoria e sull’analisi di modelli specifici ed è finalizzata a valutare le conoscenze del candidato. Ai fini della valutazione concorreranno la pertinenza delle risposte, l’uso appropriato della terminologia specifica e la strutturazione argomentata e coerente del discorso.

Il voto finale è unico e valuta per il 40% la prova scritta e per il rimanente quella orale.

***AVVERTENZE E PREREQUISITI***

Per affrontare il corso sono richieste le conoscenze di base dell’Analisi Matematica, della Meccanica razionale ed analitica, dell’Algebra Lineare.

***ORARIO E LUOGO DI RICEVIMENTO DEGLI STUDENTI***

Il prof. Alessandro Musesti riceve gli studenti dopo le lezioni o previo appuntamento, nel suo studio oppure in modalità telematica.