# Processi stocastici

## Prof. Luca Tamanini

***OBIETTIVO DEL CORSO E RISULTATI DI APPRENDIMENTO ATTESI***

Obiettivo del corso

L’insegnamento si propone di dare agli studenti un’introduzione alle equazioni differenziali stocastiche e alle loro applicazioni.

Risultati di apprendimento attesi

Al termine dell’insegnamento lo studente sarà in grado di modellizzare semplici problemi finanziari con equazioni differenziali stocastiche, di risolvere e comprendere il significato applicativo delle stesse e di comprendere la teoria matematica che sta alla base di queste equazioni.

***PROGRAMMA DEL CORSO***

Richiami di calcolo delle probabilità: spazi di probabilità, variabili aleatorie, processi stocastici, valore atteso, varianza, distribuzioni di probabilità, indipendenza, disuguaglianza di Chebychev, Lemma di Borel-Cantelli, funzioni caratteristiche, Teorema del limite centrale, speranza condizionale, martingale.

Moto browniano: proprietà elementari, costruzione di un moto browniano uno-dimensionale, cenni al moto browniano n-dimensionale, proprietà di non differenziabilità delle traiettorie, cenni a funzioni assolutamente continue e a variazione limitata.

Integrali stocastici: costruzione dell’integrale di Itô e sue proprietà, differenziali stocastici, regola del prodotto e regola della catena, cenni all’integrale di Itô per processi vettoriali. Cenni alla teoria delle distribuzioni, il white noise come derivata distribuzionale del moto browniano.

Equazioni differenziali stocastiche: Definizione ed esempi, esistenza ed unicità delle soluzioni, proprietà elementari delle soluzioni, equazioni differenziali stocastiche lineari e formule di soluzione.

Stopping time, applicazioni alle equazioni alle derivate parziali, formula di Feynman-Kac, optimal stopping.

Concetti di base su azioni, derivati, opzioni nei mercati finanziari, derivazione e studio del modello di Black and Scholes per il prezzo equo di un’opzione. Richiami sull’equazione del calore.

***BiBLIOGRAFIA***

L. C. Evans, *An Introduction to Stochastic Differential Equations,* American Mathematical Society 2013.

R.N.Mantegna - H.E. Stanley, *An introduction to Econophysics: Correlations and Complexity in Finance,* Cambridge University Press, 2007.

L.Arnold, *Stochastic Differential Equations: Theory and Applications,* Wiley, 1973.

L. Tamanini*, Note aggiuntive.*

***DIDATTICA DEL CORSO***

Lezioni frontali in aula.

***METODO E CRITERI DI VALUTAZIONE***

Esame orale. La prova orale intende accertare il grado di assimilazione dei concetti, dei risultati e delle procedure illustrate nell'insegnamento tramite esposizione e discussione di alcuni punti del programma, non escludendo richiami a prerequisiti o collegamenti fra parti dello stesso.

La valutazione della prova orale terrà conto della correttezza delle procedure illustrate, del loro rigore logico e metodologico, e della efficacia e correttezza espositiva, valorizzando l'assimilazione dei concetti e la loro rielaborazione personale da parte del candidato.

***AVVERTENZE E PREREQUISITI***

Lo studente dovrà possedere le conoscenze apprese nei corsi di Analisi Matematica e Statistica della laurea triennale. La conoscenza degli spazi *L*p è consigliata, ma non obbligatoria. Per ulteriori informazioni gli studenti possono contattare il docente via mail.

*Orario e luogo del ricevimento studenti*

Il prof. Luca Tamanini riceve gli studenti secondo quanto indicato nella bacheca della pagina personale docente.