**Istituzioni di algebra superiore (9 cfu)**

Prof. Marco Antonio Pellegrini

**Istituzioni di algebra superiore (6 cfu)**

Prof. Marco Antonio Pellegrini

**Istituzioni di algebra superiore (9 cfu)**

Prof. Marco Antonio Pellegrini

***OBIETTIVO DEL CORSO E RISULTATI DI APPRENDIMENTO ATTESI***

L’insegnamento si propone di fornire agli studenti le nozioni di base di Teoria dei Moduli su un anello, con particolare attenzione ai moduli finitamente generati su un dominio a ideali principali. La seconda parte del corso verterà sull’Algebra Omologica, dove verranno introdotti concetti come prodotti tensoriali, sequenze esatte, categorie e funtori.

Al termine dell’insegnamento, lo studente che avrà partecipato attivamente alle lezioni sarà in grado di apprezzare la rilevanza della teoria dei moduli, con le sue numerose applicazioni. Sarà inoltre in grado di classificare i gruppi abeliani finitamente generati e di studiare gli endomorfismi di spazi vettoriali attraverso le loro forme canoniche (razionali e di Jordan). Padroneggerà inoltre nozioni di base di Algebra Omologica, che gli permetteranno di iniziare lo studio di questa importante area della Matematica.

***PROGRAMMA DEL CORSO***

- Richiami di Algebra e Algebra Lineare: il corso inizia con un breve ripasso dei concetti visti riguardo a gruppi e anelli, spazi vettoriali, matrici su anelli commutativi e determinanti, studio di un’applicazione lineare.

- Moduli su un anello: una volta viste le definizioni e le prime proprietà, si considerano concetti come sottomoduli, omomorfismi, moduli quozienti e somme dirette.

- Alcune importanti classi di moduli: si studiano in particolare moduli finitamente generati, moduli di torsione e moduli liberi.

- Moduli liberi su PID: concentrandosi su questa particolare classe di moduli, si studiano i sottomoduli di un modulo libero su un dominio a ideali principali, considerando l’equivalenza di matrici e i relativi fattori invarianti.

- Moduli finitamente generati su PID: questa parte costituisce il cuore di questo corso. Si prova il teorema fondamentale di struttura per i moduli finitamente generati su un dominio a ideali principali. Si studia anche la decomposizione primaria e il teorema di invarianza.

- Applicazioni del teorema di struttura: si applica il precedente teorema per studiare i gruppi abeliani finitamente generati e le forme canoniche delle matrici.

- Prodotti tensoriali di moduli: si definiscono i prodotti tensoriali tramite le funzioni bilanciate. Si studiano poi varie proprietà di questa costruzione algebrica, considerando in seguito il caso speciale di anelli commutativi e di spazi vettoriali.

- Sequenze esatte di moduli e funtori esatti: si studiano sequenze esatte di moduli su un anello, vedendo alcuni classici risultati. In seguito, si introducono i concetti di categoria e funtore, studiando in particolare funtori dalla categoria dei moduli su un anello alla categoria dei gruppi abeliani.

***BIBLIOGRAFIA***

La referenza principale sono le dispense fornite dal docente sulla piattaforma Blackboard. Per un approfondimento degli argomenti visti, si consigliano:

M. Curzio - P. Longobardi e M. Maj, *Lezioni di Algebra,* Liguori Editore, 1994.

B. Hartley e T.O. Hawkes, *Rings,* Modules and Linear Algebra, Chapman & Hall, London-New York, 1980

N. Jacobson, *Basic Algebra I: Second Edition,* Dover Books on Mathematics, 2009.

N. Jacobson, *Basic Algebra II: Second Edition,* Dover Books on Mathematics, 2009.

***DIDATTICA DEL CORSO***

Il corso di compone di lezioni teoriche alla lavagna che verranno integrate da numerosi esercizi sugli argomenti visti a lezione, per un totale di 60 ore complessive. Gli studenti trovano numerosi esercizi e i vecchi temi d’esame nelle dispense fornite dal docente.

***METODO E CRITERI DI VALUTAZIONE***

L’esame si compone di una prova scritta e di una prova orale. Lo studente dovrà prima di tutto superare una prova scritta della durata di 2 ore, consistente di 4 esercizi (ciascuno dal valore di 7-8 punti) che coprono tutti gli argomenti visti nel corso e che permettono di verificare le capacità “computazionali” e teoriche dello studente. La prova si ritiene superata se lo studente ottiene almeno 18 punti su 30. L’esito di tale prova, in rispetto ai regolamenti sulla privacy, verrà comunicato tramite Blackboard.

Una volta superata tale prova, lo studente durante una delle sessioni d’esame (a scelta dello studente), dovrà superare una prova orale, dalla durata media di 45 minuti, nella quale viene saggiata la preparazione teorica e la capacità espositiva e argomentativa dello studente. Durante tale prova orale, verrà chiesto allo studente di descrivere e provare alcuni teoremi visti durante il corso, compresa la seconda parte riguardante l’Algebra Omologica.

Il voto finale (espresso in trentesimi) è unico e tiene conto di entrambe le prove di cui è composto l’esame. Non sono previsti appelli extra o fuori dalle sessioni d’esame.

***AVVERTENZE E PREREQUISITI***

Si presuppone che lo studente abbia già nozioni di base di Algebra Lineare e di Algebra. Solitamente tali nozioni vengono acquisite durante il primo anno del corso di Laurea in Matematica. Si invita lo studente a un rapido ripasso prima dell’inizio del corso. Non viene richiesto invece di aver seguito il corso di Approfondimenti di Algebra. Si presuppone inoltre un certo interesse per l’algebra astratta.

*Orario e luogo di ricevimento degli studenti*

Il docente riceve nel proprio studio presso il Dipartimento di Matematica e Fisica, il martedì pomeriggio e il giovedì mattina, compatibilmente con i vari impegni didattici. E’ anche possibile utilizzare la piattaforma Blackboard per il ricevimento “a distanza”. Si consiglia in ogni caso di fissare un appuntamento scrivendo a [marcoantonio.pellegrini@unicatt.it](mailto:marcoantonio.pellegrini@unicatt.it).

**Istituzioni di algebra superiore (6 cfu)**

Prof. Marco Antonio Pellegrini

***OBIETTIVO DEL CORSO E RISULTATI DI APPRENDIMENTO ATTESI***

L’insegnamento si propone di fornire agli studenti le nozioni di base di Teoria dei Moduli su un anello, con particolare attenzione ai moduli finitamente generati su un dominio a ideali principali.

Al termine dell’insegnamento, lo studente che avrà partecipato attivamente alle lezioni sarà in grado di apprezzare la rilevanza della teoria dei moduli, con le sue numerose applicazioni. Sarà inoltre in grado di classificare i gruppi abeliani finitamente generati e di studiare gli endomorfismi di spazi vettoriali attraverso le loro forme canoniche (razionali e di Jordan).

***PROGRAMMA DEL CORSO***

- Richiami di Algebra e Algebra Lineare: il corso inizia con un breve ripasso dei concetti visti riguardo a gruppi e anelli, spazi vettoriali, matrici su anelli commutativi e determinanti, studio di un’applicazione lineare.

- Moduli su un anello: una volta viste le definizioni e le prime proprietà, si considerano concetti come sottomoduli, omomorfismi, moduli quozienti e somme dirette.

- Alcune importanti classi di moduli: si studiano in particolare moduli finitamente generati, moduli di torsione e moduli liberi.

- Moduli liberi su PID: concentrandosi su questa particolare classe di moduli, si studiano i sottomoduli di un modulo libero su un dominio a ideali principali, considerando l’equivalenza di matrici e i relativi fattori invarianti.

- Moduli finitamente generati su PID: questa parte costituisce il cuore di questo corso. Si prova il teorema fondamentale di struttura per i moduli finitamente generati su un dominio a ideali principali. Si studia anche la decomposizione primaria e il teorema di invarianza.

- Applicazioni del teorema di struttura: si applica il precedente teorema per studiare i gruppi abeliani finitamente generati e le forme canoniche delle matrici.

***BIBLIOGRAFIA***

La referenza principale sono le dispense fornite dal docente sulla piattaforma Blackboard. Per un approfondimento degli argomenti visti, si consigliano:

M. Curzio, P. Longobardi e M. Maj, *Lezioni di Algebra,* Liguori Editore, 1994.

B. Hartley e T.O. Hawkes, *Rings,* Modules and Linear Algebra, Chapman & Hall, London-New York, 1980

N. Jacobson, *Basic Algebra I: Second Edition,* Dover Books on Mathematics, 2009.

***DIDATTICA DEL CORSO***

Il corso di compone di lezioni teoriche alla lavagna che verranno integrate da numerosi esercizi sugli argomenti visti a lezione, per un totale di 40 ore complessive. Gli studenti possono trovare numerosi esercizi e i vecchi temi d’esame nelle dispense fornite dal docente.

***METODO E CRITERI DI VALUTAZIONE***

L’esame si compone di una prova scritta e di una prova orale. Lo studente dovrà prima di tutto superare una prova scritta della durata di 2 ore, consistente di 4 esercizi (ciascuno dal valore di 7-8 punti) che coprono tutti gli argomenti visti nel corso e che permettono di verificare le capacità “computazionali” e teoriche dello studente. La prova si ritiene superata se lo studente ottiene almeno 18 punti su 30. L’esito di tale prova, in rispetto ai regolamenti sulla privacy, verrà comunicato tramite Blackboard.

Una volta superata tale prova, lo studente durante una delle sessioni d’esame (a scelta dello studente), dovrà superare una prova orale, dalla durata media di 45 minuti, nella quale viene saggiata la preparazione teorica e la capacità espositiva e argomentativa dello studente. Durante tale prova orale, verrà chiesto allo studente di descrivere e provare alcuni teoremi visti durante il corso.

Il voto finale (espresso in trentesimi) è unico e tiene conto di entrambe le prove di cui è composto l’esame. Non sono previsti appelli extra o fuori dalle sessioni d’esame.

***AVVERTENZE E PREREQUISITI***

Si presuppone che lo studente abbia già nozioni di base di Algebra Lineare e di Algebra. Solitamente tali nozioni vengono acquisite durante il primo anno del corso di Laurea in Matematica. Si invita lo studente a un rapido ripasso prima dell’inizio del corso. Non viene richiesto invece di aver seguito il corso di Approfondimenti di Algebra.

*Orario e luogo di ricevimento degli studenti*

Il docente riceve nel proprio studio presso il Dipartimento di Matematica e Fisica, il martedì pomeriggio e il giovedì mattina, compatibilmente con i vari impegni didattici. E’ anche possibile utilizzare la piattaforma Blackboard per il ricevimento “a distanza”. Si consiglia in ogni caso di fissare un appuntamento scrivendo a [marcoantonio.pellegrini@unicatt.it](mailto:marcoantonio.pellegrini@unicatt.it).