# Geometria I

## Prof.ssa Silvia Maria Carla Pagani

***OBIETTIVO DEL CORSO E RISULTATI DI APPRENDIMENTO ATTESI***

L’insegnamento si propone di dare una prima introduzione alla Geometria come linguaggio formale per descrivere la realtà, a partire dalla teoria degli spazi vettoriali.

L’insegnamento intende fornire inoltre le nozioni fondamentali dell’Algebra lineare, al fine di introdurre lo studente al linguaggio degli spazi vettoriali come potente ed elegante strumento formale per le più svariate applicazioni matematiche e non, in particolare per la teoria dei sistemi e per un’introduzione analitica della Geometria metrica, affine e proiettiva.

Al termine dell’insegnamento lo studente dovrebbe essere in grado di

- comprendere i concetti e gli enti introdotti nella teoria, esprimerne correttamente definizioni e proprietà, conoscerne i reciproci legami;

- enunciare rigorosamente i teoremi, saperne individuare la precisa collocazione e le rispettive implicazioni, e di alcuni fornire la dimostrazione;

- eseguire autonomamente gli esercizi presentati nella didattica integrativa e costruire esempi e controesempi;

- applicare le conoscenze apprese nella teoria alla risoluzione delle diverse tipologie di problemi relativi a ciascun argomento.

***PROGRAMMA DEL CORSO***

***Spazi vettoriali***

Vettori geometrici ed operazioni su di essi. Gruppi e campi: definizioni ed esempi. La nozione di spazio vettoriale: definizione, esempi e prime proprietà; dipendenza e indipendenza lineare, basi, dimensione, sottospazi e operazioni fra di essi, formula di Grassmann.

Omomorfismi fra spazi vettoriali: nucleo, immagine e teoremi relativi; isomorfismo tra gli spazi vettoriali di dimensione finita *n* su un dato campo K; spazi di omomorfismi, forme lineari e spazio duale.

***Matrici***

Operazioni tra matrici; determinante, teoremi di Laplace e di Binet; invertibilità di matrici e loro rango; rappresentazioni matriciali di omomorfismi e di cambiamenti di base per spazi vettoriali di dimensione finita, similitudine tra matrici.

***Sistemi lineari***

Sistemi lineari e rappresentazioni scalari di omomorfismi tra spazi vettoriali, teoremi di Rouché-Capelli e di Cramer, principi di equivalenza dei sistemi e operazioni elementari sulle matrici, eliminazione di Gauss e riduzione a scala di sistemi lineari e di matrici.

Equazioni parametriche e cartesiane dei sottospazi vettoriali.

***Endomorfismi di uno spazio vettoriale***

Autovettori, autovalori e autospazi, polinomio caratteristico e criteri di diagonalizzabilità di endomorfismi e di matrici quadrate.

***Spazi vettoriali metrici***

Forme bilineari: rappresentazione matriciale (in dimensione finita), cambiamenti di base e congruenza tra matrici. Prodotti scalari: forme quadratiche associate, ortogonalità, vettori isotropi, basi ortogonali e loro esistenza, forme canoniche di forme quadratiche (o di matrici simmetriche) complesse e reali (teorema di Sylvester).

Prodotti scalari euclidei: norma, angoli, proiezioni ortogonali di vettori, basi ortonormali, teorema di ortogonalizzazione di Gram-Schmidt; prodotto vettoriale; matrici ortogonali, operatori unitari (isometrie).

***Geometria affine, euclidea e proiettiva***

Spazi affini: definizione, traslazioni, sottospazi, parallelismo, proprietà geometriche degli spazi affini.

Coordinatizzazione di uno spazio affine di dimensione finita, equazioni parametriche e cartesiane dei sottospazi affini, equazioni delle traslazioni e delle affinità; geometria analitica degli spazi affini, con particolare riguardo al piano e allo spazio tridimensionale, fasci e stelle di rette e di piani.

Spazi euclidei: distanza fra due punti, angoli, ortogonalità; geometria euclidea nel piano e nello spazio: ortogonalità e distanze fra rette, fra piani, fra rette e piani, circonferenze e sfere, isometrie; alcuni luoghi geometrici.

Spazi proiettivi: piano proiettivo e cenni all’introduzione dello spazio proiettivo tridimensionale; coordinate omogenee dei punti ed equazioni delle rette nel piano proiettivo reale e complesso.

***Curve algebriche reali piane***

Nozioni generali sulle curve algebriche reali nel piano proiettivo reale e complesso: ordine, punti semplici e singolari, rette tangenti, riducibilità.

Coniche: classificazione proiettiva, fasci di coniche, polarità; classificazione affine, centro, diametri, asintoti; classificazione metrica, assi, fuochi e proprietà focali, equazioni canoniche metriche.

***BIBLIOGRAFIA***

M. Abate, *Geometria,* McGraw-Hill Libri Italia srl, Milano, 1996.

T.M. Apostol, *Calcolo,* Vol.2, Geometria. Bollati Boringhieri, Torino, 1986.

P. DULIO, W. Pacco, *Algebra Lineare e Geometria Analitica,* Esculapio, Bologna, 2015.

E. Sernesi, *Geometria 1,* Bollati Boringhieri, Torino, 1989. [Acquista da V&P](https://librerie.unicatt.it/scheda-libro/sernesi-edoardo/geometria-9788833954479-280447.html?search_string=sernesi%20gemoetri&search_results=3)

E. Zizioli, *Algebra ed Elementi di Geometria,* *Temi d’esame con svolgimento commentato degli esercizi*, Cartolibreria Snoopy, Brescia, 2010.

Verranno inoltre fornite delle dispense scritte dalla docente del corso.

***DIDATTICA DEL CORSO***

Lezioni ed esercitazioni in aula.

***METODO E CRITERI DI VALUTAZIONE***

L'insegnamento prevede una prova scritta di accertamento dei risultati di apprendimento, ed una orale.

La prova scritta consisterà di alcuni esercizi nei quali il candidato dovrà mostrare di aver acquisito le competenze relative all’Algebra Lineare e alla Geometria Analitica e di saperle applicare a situazioni specifiche analoghe a quelle illustrate nelle ore di didattica integrativa.

La valutazione della prova scritta terrà conto della correttezza dei risultati e delle procedure utilizzate per ottenerli, nonché della qualità della presentazione delle stesse.

La prova orale intende accertare il grado di assimilazione dei concetti, dei risultati e delle procedure illustrate nell'insegnamento tramite esposizione e discussione di alcuni punti del programma e dei collegamenti fra parti dello stesso.

La valutazione della prova orale terrà conto della correttezza delle procedure illustrate, del loro rigore logico e metodologico e della efficacia e correttezza espositiva, valorizzando l'assimilazione dei concetti e la loro rielaborazione personale da parte del candidato.

***AVVERTENZE E PREREQUISITI***

Le conoscenze di base richieste per seguire questo corso sono quelle generali di scuola secondaria superiore. Si richiede comunque la massima attenzione al linguaggio e al significato dei simboli che verranno via via introdotti, nonché al rigore logico della trattazione.

*Orario e luogo di ricevimento degli studenti*

La Prof.ssa Silvia Pagani riceve gli studenti, nel suo studio o in modalità telematica, previo appuntamento via e-mail.