# Complementi di geometria

## Prof.ssa Silvia Pianta

***OBIETTIVO DEL CORSO E RISULTATI DI APPRENDIMENTO ATTESI***

L’insegnamento si propone di introdurre gli studenti alle nozioni fondamentali della topologia generale e alle prime nozioni di topologia algebrica.

Al termine dell’insegnamento lo studente dovrebbe essere in grado di

- comprendere i concetti e gli enti introdotti nella teoria, esprimerne correttamente definizioni e proprietà, conoscerne i reciproci legami;

- enunciare rigorosamente i teoremi, saperne individuare la precisa collocazione e le rispettive implicazioni, e di alcuni fornire la dimostrazione;

- eseguire autonomamente gli esercizi suggeriti durante il corso e saper costruire esempi e controesempi.

***PROGRAMMA DEL CORSO***

Topologia generale

* Spazi topologici: definizioni, esempi; parte interna, frontiera, chiusura, punti di accumulazione e punti isolati; insiemi chiusi, sottoinsiemi densi. Basi, spazi metrizzabili, metriche topologicamente equivalenti. Funzioni continue e omeomorfismi.
* Sottospazi, prodotti topologici e spazi quoziente: definizioni, proprietà, esempi. Immersioni topologiche, applicazioni prodotto, proiezioni, applicazioni quoziente, identificazioni. Classi di omeomorfismo di spazi topologici.
* Proprietà topologiche: assiomi di separazione (T1 e T2), spazi compatti, localmente e relativamente compatti, spazi connessi e connessi per archi. Applicazioni.

Topologia algebrica

* Omotopia: omotopia di applicazioni continue, equivalenze omotopiche, spazi contrattili; retrazioni, ritratti, retrazioni per deformazione e ritratti di deformazione.
* Equivalenza di archi e di cappi di punto base fissato, prodotto (o composizione) di archi e invarianza per omotopia, arco costante, arco inverso.
* Gruppo fondamentale: proprietà funtoriali, spazi semplicemente connessi.
* Calcolo di alcuni gruppi fondamentali: lemmi di sollevamento di archi e omotopia e gruppo fondamentale della circonferenza; teorema del punto fisso di Brouwer; gruppo fondamentale di prodotti topologici: toro e cilindro; cenni al teorema di Seifert-Van Kampen e gruppo fondamentale della n-sfera, per n>1; gruppi liberi e bouquet di spazi topologici.

***BIBLIOGRAFIA***

C. Kosniowski, *Introduzione alla Topologia algebrica,* Zanichelli, Bologna, 1988.

E. Sernesi, *Geometria 2,* Bollati Boringhieri, Torino, 2001.

A. Hatcher, *Algebraic topology,* <https://pi.math.cornell.edu/~hatcher/AT/AT.pdf> copyright by A. Hatcher, 2001.

 Verranno inoltre fornite delle dispense scritte dalla docente del corso.

***DIDATTICA DEL CORSO***

Lezioni in aula.

***METODO E CRITERI DI VALUTAZIONE***

L'insegnamento prevede una prova orale che intende accertare il grado di assimilazione dei concetti, dei risultati e delle procedure illustrate nell'insegnamento  tramite esposizione e discussione di alcuni punti del programma e dei collegamenti fra parti dello stesso.

La valutazione della prova terrà conto della correttezza delle procedure illustrate, del loro rigore logico e metodologico, e della efficacia e correttezza espositiva, valorizzando l'assimilazione dei concetti e la loro rielaborazione personale da parte del candidato.

***AVVERTENZE E PREREQUISITI***

Le conoscenze di base richieste per seguire questo corso sono quelle contenute nei corsi di Geometria e Analisi del primo anno di Matematica. Si richiede sempre la massima attenzione al linguaggio e al significato dei simboli che verranno via via introdotti, nonché al rigore logico della trattazione.

*Orario e luogo di ricevimento degli studenti*

La Prof.ssa Silvia Pianta riceve gli studenti nel suo studio, dopo le lezioni e in qualunque altro orario previo appuntamento per e-mail.