# Geometria superiore

## Prof.ssa Silvia Maria Carla Pagani

***OBIETTIVO DEL CORSO E RISULTATI DI APPRENDIMENTO ATTESI***

L’insegnamento si propone di dare una visione unificante delle geometrie metriche piane classiche (euclidea, iperbolica ed ellittica) e dei loro gruppi di isometrie, anche per mezzo della rappresentazione in campo complesso, approfondire poi lo studio delle isometrie in ciascuno dei tre casi, mettendole in relazione con gruppi ortogonali e con sottogruppi di proiettività della retta proiettiva complessa.

Al termine dell’insegnamento lo studente dovrebbe essere in grado di

- comprendere i concetti e gli enti introdotti nella teoria, esprimerne correttamente definizioni e proprietà, conoscerne i reciproci legami;

- enunciare rigorosamente i teoremi, saperne individuare la precisa collocazione e le rispettive implicazioni, e di alcuni fornire la dimostrazione;

- acquisire una visione unificante dei piani metrici classici e saperne individuare analogie e differenze, collegandole anche alle specifiche strutture e azioni dei rispettivi gruppi di isometrie.

***PROGRAMMA DEL CORSO***

***Strutture geometriche***

Definizioni ed esempi: spazi topologici, spazi metrici, piani affini, spazi vettoriali, spazi proiettivi n-dimensionali, spazi lineari e semilineari. Isomorfismi e automorfismi di spazi geometrici, definizioni ed esempi: omeomorfismi, isometrie, affinità, isomorfismi semilineari, collineazioni.

***Piano euclideo reale***

Struttura affine, euclidea, metrica, topologica. Isometrie: fattorizzazione del gruppo come prodotto semidiretto di traslazioni e operatori ortogonali; generazione tramite simmetrie assiali; classificazione delle isometrie e delle similitudini e loro rappresentazione come funzioni di variabile complessa (affinità e anti-affinità della retta proiettiva complessa).

***Piano assoluto reale***

Introduzione assiomatica, principali proposizioni, distinzione tra piano euclideo e piano iperbolico, categoricità degli assiomi.

***Piano iperbolico reale***

Proprietà fondamentali, posizioni reciproche di due rette e i tre tipi di fascio. Studio del modello del semipiano di Poincaré a partire dal piano di Moebius. Trasformazioni di Moebius, inversione circolare, gruppo delle isometrie del piano iperbolico reale come sottogruppo di proiettività reali del gruppo delle proiettività della retta proiettiva complessa, isometrie dirette e loro classificazione. Cenno ad altri modelli (disco di Poincaré, modello di Klein-Beltrami) e isomorfismi tra di essi.

***Piano ellittico reale***

Dalla geometria sferica al piano ellittico. Isometrie della sfera in R^3. Il piano ellittco reale e le sue isometrie.

***BIBLIOGRAFIA***

M. Abate, *Geometria*, McGraw-Hill, Milano, 1996 [Acquista da V&P](https://librerie.unicatt.it/scheda-libro/marco-abate/geometria-9788838607226-283081.html?search_string=abate%20geometria&search_results=4)

E. Artin, *Algebra geometrica*, Feltrinelli, Milano, 1971

R. Baer, *Linear algebra and projective geometry*, Academic Press, New York,1952

L.M. Batten, *Combinatorics of finite geometries*, Cambridgr UniversityPress, Cambridge, 1997

E.D. Bloch, *A first course in geometric topology and differential geometry,* Birkhäuser, Boston, 1997;

P..J. Cameron, *Projective and polar spaces*, QMW Maths Notes 13 (second edition), University of London, London, 2000

G. Castelnuovo, *Lezioni di geometria analitica e proiettiva*, Dante Alighieri, Milano, 1969;

H.S.M. Coxeter, *Non-euclidean geometry*, Toronto University Press,Toronto, 1968

M. Dedò, *Matematiche elementari*, vol. I e vol. II, Liguori editore, Napoli, 1971

H.D. Ebbinghaus, K. Lamotke, J.H. Erwing, *Numbers. With anintroduction*, Springer Verlag, New York, 1990

F. Klein, *Il programma di Erlangen*. (Introduzione di E. Agazzi, traduzione a cura di A. Bernardo), La Scuola editrice, Brescia, 1998

R.C. Lyndon, *Groups and geometry*, Cambridge University Press, Cambridge, 1987

A. Ramsay, R.D. Richtmyer, *Introduction to hyperbolic geometry*, Springer Verlag, Berlin, New York, 1995

G. Tallini, *Strutture geometriche*, Liguori editore, Napoli, 1991

D.E. Taylor, *The geometry of the classical groups*, Sigma Series in Pure Maths, Heldermann Verlag, Berlin, 1992

***DIDATTICA DEL CORSO***

Lezioni in aula.

***METODO E CRITERI DI VALUTAZIONE***

L'insegnamento prevede una prova orale che intende accertare il grado di assimilazione dei concetti, dei risultati e delle procedure illustrate nell'insegnamento tramite esposizione e discussione di alcuni punti del programma e dei collegamenti fra parti dello stesso.

La valutazione della prova terrà conto della correttezza delle procedure illustrate, del loro rigore logico e metodologico, e della efficacia e correttezza espositiva, valorizzando l'assimilazione dei concetti, la loro rielaborazione personale e la capacità di sintesi da parte del candidato.

***AVVERTENZE E PREREQUISITI***

Le conoscenze di base richieste per seguire questo corso sono quelle contenute nei corsi obbligatori di Geometria, Algebra e Analisi della Laurea triennale in Matematica. Si richiede sempre la massima attenzione al linguaggio e al significato dei simboli che verranno via via introdotti, nonché al rigore logico della trattazione e all’importanza dei collegamenti tra gli enti introdotti.

***Orario e luogo di ricevimento degli studenti***

La Prof.ssa Silvia Pagani riceve gli studenti, nel suo studio o in modalità telematica, previo appuntamento per e-mail.