# Strutture geometriche

## Prof.ssa Silvia Pagani

***OBIETTIVO DEL CORSO E RISULTATI DI APPRENDIMENTO ATTESI***

L’insegnamento si propone di introdurre le strutture geometriche su campi finiti e le loro applicazioni. Da un lato si riprenderanno gli spazi affini e proiettivi studiati nei corsi di Geometria della laurea triennale e si vedranno in un’ottica nuova, nella quale saper *contare* è fondamentale; dall’altro si introdurranno alcune aree che si basano sulle geometrie finite, come la Teoria dei codici e (parte del)la Teoria dei Grafi.

Al termine dell’insegnamento lo studente dovrebbe essere in grado di

- comprendere i concetti e gli enti introdotti nella teoria, esprimerne correttamente definizioni e proprietà, conoscerne i reciproci legami;

- enunciare e dimostrare rigorosamente i teoremi, e saperne individuare le implicazioni;

- utilizzare le tecniche di conteggio per individuare le cardinalità delle strutture presentate e per dedurne notevoli proprietà geometriche;

- avere una visione unificante della geometria affine e proiettiva su qualsiasi campo, cogliendo aspetti comuni e differenze tra campi finiti ed infiniti;

- discutere la collocazione di un codice tra quelli ottimali;

- individuare le principali caratteristiche di un grafo e saper enunciare i risultati principali e le congetture ad esso riferiti.

***PROGRAMMA DEL CORSO***

*Prima parte: Geometrie su campi finiti*

Richiami sui campi finiti. Piano proiettivo. Costruzione del piano di Fano. Spazi proiettivi ed affini. Cardinalità di uno spazio proiettivo. Numero di sottospazi proiettivi k-dimensionali in uno spazio n-dimensionale. Sottogeometrie, sottogeometrie di Baer. Coniche e quadriche. Polarità. Varietà hermitiane. Piani proiettivi non desarguesiani: l’esempio di PG(2,9). Blocking set. Archi, calotte e applicazioni.

*Seconda parte: Teoria dei codici*

Modello di trasmissione. Distanza di Hamming, codici t-correttori, peso di una parola di codice. Codici lineari, matrice generatrice. Codice duale, matrice del controllo di parità. Algoritmo di syndrome-decoding. Parametri di un codice lineare e bound noti. Codici ottimali.

*Terza parte: Teoria dei grafi*

L’origine della teoria dei grafi: i sette ponti di Koenigsberg. Nozioni introduttive. Classi di grafi. Grafi euleriani ed hamiltoniani. Alberi. Grafo lineare. Colorazione dei vertici e dei lati. Problemi aperti sui grafi.

***BIBLIOGRAFIA***

Prima parte:

J.W.P. HIRSCHFELD, *Projective geometries over finite fields*, 2nd edition, Oxford University Press, Oxford (1998).

J.W.P. HIRSCHFELD - J.A. THAS, *General Galois Geometries*, Oxford Math. Monogr., Oxford University Press, Oxford (1991).

Seconda parte:

L. GIUZZI, *Codici correttori. Una introduzione*, Springer (2006).

F.J. MACWILLIAMS - N.J. SLOANE, *The theory of error-correcting codes*, North-Holland, Amsterdam (1977).

Terza parte:

F. HARARY, *Graph theory*, Addison-Wesley, Reading, MA (1969).

D.B. WEST, *Introduction to graph theory*, 2nd edition, Prentice-Hall (2001).

***DIDATTICA DEL CORSO***

Lezioni ed esercitazioni in aula.

***METODO E CRITERI DI VALUTAZIONE***

L'insegnamento prevede una prova orale che intende accertare il grado di assimilazione dei concetti, dei risultati e delle procedure illustrate nell'insegnamento  tramite esposizione e discussione di alcuni punti del programma e dei collegamenti fra parti dello stesso.

La valutazione della prova terrà conto della correttezza delle procedure illustrate, del loro rigore logico e metodologico, dell’efficacia e correttezza espositiva, valorizzando l'assimilazione dei concetti, la loro rielaborazione personale e la capacità di sintesi da parte del candidato.

***AVVERTENZE E PREREQUISITI***

Le conoscenze di base richieste per seguire questo corso sono quelle contenute nei corsi di Geometria I, Approfondimenti di Geometria ed Approfondimenti di Algebra, quest’ultimo per la parte relativa ai campi finiti, che verrà richiamata all’inizio del corso. Si richiede sempre la massima attenzione al linguaggio e al significato dei simboli che verranno via via introdotti, nonché al rigore logico della trattazione e all’importanza dei collegamenti tra gli enti introdotti.

*Orario e luogo di ricevimento degli studenti*

La Prof.ssa Silvia Pagani riceve gli studenti, nel suo studio o in modalità telematica, previo appuntamento via e-mail.