# Processi stocastici

## Prof. William Borrelli

***OBIETTIVO DEL CORSO E RISULTATI DI APPRENDIMENTO ATTESI***

Obiettivo del corso

L’insegnamento si propone di dare agli studenti un’introduzione alle equazioni differenziali stocastiche e alle loro applicazioni.

Risultati di apprendimento attesi

Al termine dell’insegnamento lo studente sarà in grado di modellizzare semplici problemi finanziari con equazioni differenziali stocastiche, di risolvere e comprendere il significato applicativo delle stesse e di comprendere la teoria matematica che sta alla base di queste equazioni.

***PROGRAMMA DEL CORSO***

Richiami di calcolo delle probabilità: spazi di probabilità, variabili aleatorie, processi stocastici, valore atteso, varianza, distribuzioni di probabilità, indipendenza, disuguaglianza di Chebychev, Lemma di Borel-Cantelli, funzioni caratteristiche, Teorema centrale del limite, speranza condizionale, martingale.

Moto browniano: proprietà elementari, costruzione di un moto browniano uno-dimensionale, cenni al moto browniano n-dimensionale, proprietà di non differenziabilità delle traiettorie.

Integrali stocastici: costruzione dell’integrale di Itô e sue proprietà, differenziali stocastici, regola della catena e regola del prodotto, cenni all’integrale di Itô per processi vettoriali. Cenni alla teoria delle distribuzioni, la “delta” di Dirac. Processi stocastici generalizzati. Il white noise come derivata distribuzionale del moto browniano.

Equazioni differenziali stocastiche: Definizione ed esempi, esistenza ed unicità delle soluzioni, proprietà elementari delle soluzioni, equazioni differenziali stocastiche lineari e formule di soluzione.

Stopping time, applicazioni alle equazioni alle derivate parziali, formula di Feynman-Kac, optimal stopping.

Concetti di base su azioni, derivati, opzioni nei mercati finanziari, derivazione e studio del modello di Black and Scholes per il prezzo equo di un’opzione. Richiami sull’equazione del calore.

***BiBLIOGRAFIA***

L. C. Evans, *An Introduction to Stochastic Differential Equations,* American Mathematical Society 2013.

R.N.Mantegna - H.E. Stanley, *An introduction to Econophysics: Correlations and Complexity in Finance,* Cambridge University Press, 2007.

L.Arnold, *Stochastic Differential Equations: Theory and Applications,* Wiley, 1973.

W. borrelli*, Note aggiuntive.*

***DIDATTICA DEL CORSO***

Lezioni frontali in aula.

***METODO E CRITERI DI VALUTAZIONE***

Esame orale. La prova orale intende accertare il grado di assimilazione dei concetti, dei risultati e delle procedure illustrate nell'insegnamento tramite esposizione e discussione di alcuni punti del programma, non escludendo richiami a prerequisiti o collegamenti fra parti dello stesso.

La valutazione della prova orale terrà conto della correttezza delle procedure illustrate, del loro rigore logico e metodologico, e della efficacia e correttezza espositiva, valorizzando l'assimilazione dei concetti e la loro rielaborazione personale da parte del candidato.

***AVVERTENZE E PREREQUISITI***

Lo studente dovrà possedere le conoscenze apprese nei corsi di Analisi Matematica e Statistica della laurea triennale. La conoscenza degli spazi *L*p è consigliata, ma non obbligatoria.

Per ulteriori informazioni gli studenti possono contattare il docente via mail.

*Orario e luogo del ricevimento studenti*

Il prof. William Borrelli riceve gli studenti secondo quanto indicato nella bacheca della pagina personale docente.