# Topologia e geometria differenziale

## prof. Mauro Spera

***OBIETTIVO DEL CORSO E RISULTATI DI APPRENDIMENTO ATTESI***

Il corso introduce le nozioni basilari della topologia algebrica e differenziale. Esso avrà carattere fortemente concreto, basato su esempi che emergono anche in altri settori della matematica. Lo studente sarà in grado di padroneggiare importanti concetti utili in altri ambiti teorici e nelle applicazioni.

***PROGRAMMA DEL CORSO***

1. Prologo.  
Richiami sulle varieta' differenziabili.  
Elementi di algebra omologica.

2. Integrazione su varieta' e teorema di Stokes.   
Coomologia di de Rham. Lemmi di Poincare'. Successione di Mayer-Vietoris.   
Dualita' di poincare'. Formula di K\"unneth. Teoria del grado. Teorema di Gauss-Bonnet e numero di legame di Gauss (applicazioni della teoria del grado).

3. Omologia e coomologia singolare. Omologia simpliciale. Teorema di de Rham. Strutture algebriche in omologia e coomologia.

4. Classe di Thom. Classe di Eulero. Teorema di Euler-Poincare'.

5. Complesso di Cech-de Rham. Coomologia di Cech. Isomorfismo Cech- de Rham (alla Weil).

6. Gruppo fondamentale. Spazi di rivestimento. Teorema di Seifert-van Kampen.  
7. Fibrati principali, fibrati vettoriali. Connessioni e loro curvatura. Classi caratteristiche (alla Chern-Weil) Esempio importante: il teorema di Weil-Kostant per i fibrati lineari complessi.

***BIBLIOGRAFIA***

M.Spera *Topics in algebraic and differential topology*

(note manoscritte che saranno reperibili sulla pagina web del docente).

W. Boothb, *An introduction to differentiable manifolds and Riemannian geometry*,

Academic Press, New York, 1975.

R. BOTT, L.T. TU, *Differential forms in algebraic topology Springer*, New York, 1982.

G. Bredon, *Topology and Geometry*, Springer, New York, 1992.

F. Croom, *A first course in Algebraic Topology*, Springer, 1977.

S.S. Chern*, Complex manifolds without potential theory*, Springer-Verlag, Berlin, 1979.

S.S. Chern, H. Chen, K.S. LAM*, Lectures on differential geometry*, World Scientific, Singapore, 2000.

M. Do Carmo, *Riemannian Geometry*, Birkha”user, Boston, 1992.

M. Do Carmo, *Differential Forms and Applications*, Springer, Berlin, 1994.

B. Dubrovin, A. Fomenko, S. Novikov, *Géométrie Contemporaine*, (3 vol.) MIR, Moscou, 1982

S. Goldberg, *Curvature and Homology*, Dover, New York, 1962.

P. Griffiths, J. Harris, *Principles of Algebraic Geometry*, Wiley, New York, 1978.

A. Hatcher, *Algebraic Topology* (scaricabile liberamente dalla pagina web dell'autore)

K. Janich, *Topologia*, Zanichelli, Bologna, 1994

J. Kelley, *General topology* Springer, New York, 1955

F. Kirwan, *Complex algebraic curves LMS*, London, 1992

S. Lang, *Fundamentals of Differential Geometry*, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, 1999.

J.M. Lee, *Introduction to Topological Manifolds*, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, 2000.

J.M. Lee, *Introduction to Smooth manifolds*, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, 2003.

W. Lueck, *Algebraische Topologie*, Vieweg-Verlag, Wiesbaden, 2005.

W. Massey, *Algebraic Topology*: An Introduction, Springer, Berlin, 1969.

E. Sernesi, *Geometria 2* Bollati Boringhieri, Torino, 1994.

I.M. Singer, J.A. Thorpe, *Lezioni di topologia elementare e di geometria*, Boringhieri, Torino, 1980.

***DIDATTICA DEL CORSO***

Lezioni tradizionali, alla lavagna, con uso di gessi colorati.

***METODO E CRITERI DI VALUTAZIONE***

L'insegnamento prevede una prova orale volta ad accertare il grado di assimilazione dei concetti e dei teoremi coinvolti tramite esposizione e discussione di alcuni  
punti del programma, con eventuali richiami a prerequisiti.  
La valutazione della prova orale terrà conto dell'efficacia, chiarezza e correttezza espositiva, valorizzando l'assimilazione dei concetti e la loro rielaborazione critica da parte del candidato.

***AVVERTENZE E PREREQUISITI***

Si richiedono le nozioni di base di una laurea triennale in Matematica. E’ fortemente consigliata la frequenza alle lezioni.

Covid-19

Nel caso in cui la situazione sanitaria relativa alla pandemia di Covid-19 non dovesse consentire la didattica in presenza, sarà garantita l’erogazione a distanza dell’insegnamento con modalità che verranno comunicate in tempo utile agli studenti.

*Orario e luogo di ricevimento degli studenti*

Nei giorni di lezione e su appuntamento.