# Istituzioni di algebra superiore (9cfu)

## Prof. Marco Antonio Pellegrini

# Istituzioni di algebra superiore (6cfu)

## Prof. Marco Antonio Pellegrini

# Istituzioni di algebra superiore (9cfu)

## Prof. Marco Antonio Pellegrini

***OBIETTIVO DEL CORSO E RISULTATI DI APPRENDIMENTO ATTESI***

L’insegnamento si propone di fornire agli studenti le nozioni di base di Teoria dei Moduli su un anello, con particolare attenzione ai moduli finitamente generati su un dominio a ideali principali. La seconda parte del corso verterà sulla Teoria delle Rappresentazioni di gruppi finiti, dove le nozioni viste nella prima parte del corso verranno applicate per studiare i gruppi finiti.

Al termine dell’insegnamento, lo studente sarà in grado di apprezzare la rilevanza della teoria dei moduli, con le sue numerose applicazioni. Sarà inoltre in grado di classificare i gruppi abeliani finitamente generati e di studiare gli endomorfismi di spazi vettoriali attraverso le loro forme canoniche (razionali e di Jordan). Padroneggerà inoltre nozioni fondamentali di Teoria delle Rappresentazioni, che gli permetteranno di iniziare, se vorrà, lo studio dei gruppi tramite i loro caratteri.

***PROGRAMMA DEL CORSO***

- Richiami di Algebra e Algebra Lineare: il corso inizia con un breve ripasso dei concetti visti riguardo a gruppi e anelli, spazi vettoriali, matrici su anelli commutativi e determinanti, studio di un’applicazione lineare.

- Moduli su un anello: una volta viste le definizioni e le prime proprietà, si considerano concetti come sottomoduli, omomorfismi, moduli quozienti e somme dirette.

- Alcune importanti classi di moduli: si studiano in particolare moduli finitamente generati, moduli di torsione e moduli liberi.

- Moduli liberi su PID: concentrandosi su questa particolare classe di moduli, si studiano i sottomoduli di un modulo libero su un dominio a ideali principali, considerando l’equivalenza di matrici e i relativi fattori invarianti.

- Moduli finitamente generati su PID: questa parte costituisce il cuore di questo corso. Si prova il teorema fondamentale di struttura per i moduli finitamente generati su un dominio a ideali principali. Si studia anche la decomposizione primaria e il teorema di invarianza.

- Applicazioni del teorema di struttura: si applica il precedente teorema per studiare i gruppi abeliani finitamente generati e le forme canoniche delle matrici.

- Rappresentazioni di gruppi finiti: si vedono nozioni di base riguardanti algebre, rappresentazioni e F[G]-moduli. Particolare importanza ha il Lemma di Schur e lo studio dello spazio degli omomorfismi e l’algebra C[G]. Come esempio si classificano le rappresentazioni dei gruppi abeliani finiti.

- Caratteri di gruppi finiti: definizioni e prime proprietà riguardanti i caratteri di un gruppo finito, e costruzione tramite il prodotto scalare tra caratteri, della tavola dei caratteri.

***BIBLIOGRAFIA***

La referenza principale sono le dispense fornite dal docente sulla propria pagina web e sulla piattaforma Blackboard. Per un approfondimento degli argomenti visti, si consigliano:

M. Curzio - P. Longobardi e M. Maj, *Lezioni di Algebra,* Liguori Editore, 1994.

B. Hartley e T.O. Hawkes, *Rings,* Modules and Linear Algebra, Chapman & Hall, London-New York, 1980

N. Jacobson, *Basic Algebra I: Second Edition,* Dover Books on Mathematics, 2009.

I.M. Isaacs, *Algebra,* A Graduate Course, Graduate Studies in Mathematics, 100, American Mathematical Society, Providence, RI, 2009.

G. James and M. Liebeck, *Representations and characters of groups. Second edition,* Cambridge University Press, New York, 2001.

***DIDATTICA DEL CORSO***

Il corso di compone di lezioni teoriche alla lavagna e di esercitazioni sugli argomenti visti a lezione. Gli studenti trovano numerosi esercizi e i vecchi temi d’esame nelle dispense fornite dal docente.

***METODO E CRITERI DI VALUTAZIONE***

L’esame si compone di una prova scritta e di una prova orale. Lo studente dovrà prima di tutto superare una prova scritta della durata di 2 ore, consistente di 4 esercizi (ciascuno dal valore di 7-8 punti) che coprono tutti gli argomenti visti nel corso e che permettono di verificare le capacità “computazionali” e teoriche dello studente. La prova si ritiene superata se lo studente ottiene almeno 18 punti su 30. L’esito di tale prova, in rispetto ai regolamenti sulla privacy, verrà comunicato tramite Blackboard.

Una volta superata tale prova, lo studente durante una delle sessioni d’esame (a scelta dello studente), dovrà superare una prova orale, dalla durata media di 45 minuti, nella quale viene saggiata la preparazione teorica e la capacità espositiva e argomentativa dello studente. Durante tale prova orale, verrà chiesto allo studente di descrivere e provare alcuni teoremi visti durante il corso, compresa la seconda parte riguardante la Teoria delle Rappresentazioni.

Il voto finale (espresso in trentesimi) è unico e tiene conto di entrambe le prove di cui è composto l’esame. Non sono previsti appelli extra o fuori dalle sessioni d’esame.

***AVVERTENZE E PREREQUISITI***

Si presuppone che lo studente abbia già nozioni di base di Algebra Lineare e di Algebra. Solitamente tali nozioni vengono acquisite durante il primo anno del corso di Laurea in Matematica. Si invita lo studente a un rapido ripasso prima dell’inizio del corso. Non viene richiesto invece di aver seguito il corso di Approfondimenti di Algebra. Si presuppone inoltre un certo interesse per l’algebra astratta.

Covid-19

Nel caso in cui la situazione sanitaria relativa alla pandemia di Covid-19 non dovesse consentire la didattica in presenza, sarà garantita l’erogazione a distanza dell’insegnamento con modalità che verranno comunicate in tempo utile agli studenti.

*Orario e luogo di ricevimento degli studenti.*

# Il docente riceve nel proprio studio presso il Dipartimento di Matematica e Fisica, via Musei 41, Brescia, il martedì pomeriggio e il giovedì mattina, compatibilmente con i vari impegni didattici. Si consiglia di fissare un appuntamento scrivendo a [marcoantonio.pellegrini@unicatt.it](mailto:marcoantonio.pellegrini@unicatt.it).

# Istituzioni di algebra superiore (6cfu)

## Prof. Marco Antonio Pellegrini

***OBIETTIVO DEL CORSO E RISULTATI DI APPRENDIMENTO ATTESI***

L’insegnamento si propone di fornire agli studenti le nozioni di base di Teoria dei Moduli su un anello, con particolare attenzione ai moduli finitamente generati su un dominio a ideali principali.

Al termine dell’insegnamento, lo studente sarà in grado di apprezzare la rilevanza della teoria dei moduli, con le sue numerose applicazioni. Sarà inoltre in grado di classificare i gruppi abeliani finitamente generati e di studiare gli endomorfismi di spazi vettoriali attraverso le loro forme canoniche (razionali e di Jordan).

***PROGRAMMA DEL CORSO***

- Richiami di Algebra e Algebra Lineare: il corso inizia con un breve ripasso dei concetti visti riguardo a gruppi e anelli, spazi vettoriali, matrici su anelli commutativi e determinanti, studio di un’applicazione lineare.

- Moduli su un anello: una volta viste le definizioni e le prime proprietà, si considerano concetti come sottomoduli, omomorfismi, moduli quozienti e somme dirette.

- Alcune importanti classi di moduli: si studiano in particolare moduli finitamente generati, moduli di torsione e moduli liberi.

- Moduli liberi su PID: concentrandosi su questa particolare classe di moduli, si studiano i sottomoduli di un modulo libero su un dominio a ideali principali, considerando l’equivalenza di matrici e i relativi fattori invarianti.

- Moduli finitamente generati su PID: questa parte costituisce il cuore di questo corso. Si prova il teorema fondamentale di struttura per i moduli finitamente generati su un dominio a ideali principali. Si studia anche la decomposizione primaria e il teorema di invarianza.

- Applicazioni del teorema di struttura: si applica il precedente teorema per studiare i gruppi abeliani finitamente generati e le forme canoniche delle matrici.

***BIBLIOGRAFIA***

La referenza principale sono le dispense fornite dal docente sulla propria pagina web e sulla piattaforma Blackboard. Per un approfondimento degli argomenti visti, si consigliano:

M. Curzio- P. Longobardi e M. Maj, *Lezioni di Algebra,* Liguori Editore, 1994.

B. Hartley e T.O. Hawkes, *Rings,* Modules and Linear Algebra, Chapman & Hall, London-New York, 1980

N. Jacobson, *Basic Algebra I: Second Edition,* Dover Books on Mathematics, 2009.

***DIDATTICA DEL CORSO***

Il corso di compone di lezioni teoriche alla lavagna (24 ore) e di esercitazioni sugli argomenti visti a lezione (16 ore). Gli studenti possono trovare numerosi esercizi e i vecchi temi d’esame nelle dispense fornite dal docente.

.

***METODO E CRITERI DI VALUTAZIONE***

L’esame si compone di una prova scritta e di una prova orale. Lo studente dovrà prima di tutto superare una prova scritta della durata di 2 ore, consistente di 4 esercizi (ciascuno dal valore di 7-8 punti) che coprono tutti gli argomenti visti nel corso e che permettono di verificare le capacità “computazionali” e teoriche dello studente. La prova si ritiene superata se lo studente ottiene almeno 18 punti su 30. L’esito di tale prova, in rispetto ai regolamenti sulla privacy, verrà comunicato tramite Blackboard.

Una volta superata tale prova, lo studente durante una delle sessioni d’esame (a scelta dello studente), dovrà superare una prova orale, dalla durata media di 45 minuti, nella quale viene saggiata la preparazione teorica e la capacità espositiva e argomentativa dello studente. Durante tale prova orale, verrà chiesto allo studente di descrivere e provare alcuni teoremi visti durante il corso.

Il voto finale (espresso in trentesimi) è unico e tiene conto di entrambe le prove di cui è composto l’esame. Non sono previsti appelli extra o fuori dalle sessioni d’esame.

***AVVERTENZE E PREREQUISITI***

Si presuppone che lo studente abbia già nozioni di base di Algebra Lineare e di Algebra. Solitamente tali nozioni vengono acquisite durante il primo anno del corso di Laurea in Matematica. Si invita lo studente a un rapido ripasso prima dell’inizio del corso. Non viene richiesto invece di aver seguito il corso di Approfondimenti di Algebra.

Covid-19

Nel caso in cui la situazione sanitaria relativa alla pandemia di Covid-19 non dovesse consentire la didattica in presenza, sarà garantita l’erogazione a distanza dell’insegnamento con modalità che verranno comunicate in tempo utile agli studenti.

*Orario e luogo di ricevimento degli studenti*

Il docente riceve nel proprio studio presso il Dipartimento di Matematica e Fisica, via Musei 41, Brescia, il martedì pomeriggio e il giovedì mattina, compatibilmente con i vari impegni didattici. Si consiglia di fissare un appuntamento scrivendo a marcoantonio.pellegrini@unicatt.it.